Vektor Kalkulus I

Oppgave 1

Regn ut kryssproduktet av $(1, 2, 3)$ og $(4, 5, 6)$ på minst 2 ulike måter.

Oppgave 2

Sett opp eksplisitte uttrykk for basiselementene i kule- og sylinderkoordinatsystemet, og vis at de er høyrehåndssystemer. Et *høyrehåndssystem* (a, b, c) er 3 vektorer i $\mathbb{R}^3$ slik at alle er parvis ortogonale, og slik at $(a \times b) \cdot c > 0$.

Oppgave 3

Finn $\nabla f, \nabla \cdot f, \nabla \times f$ når $f(x)$ er gitt ved

1. $(x_1, x_2, x_3)^\top$
2. den laminære vannstrømmen $(x_3, 0, 0)^\top$
3. en roterende skive i $x_1 x_2$-planet som roterer med konstant vinkelhastighet.

Oppgave 4

Kom med et godt argument for at vektorprodukt ikke er en assosiativ operasjon. Med andre ord, at $a \times (b \times c) \neq (a \times b) \times c$ for alle vektorer $a, b, c \in \mathbb{R}^3$.
Hint: Du trenger ikke regne for å svare på dette, men det er selvfølgelig lov.

Oppgave 5

La $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ og $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Regn ut

1. $\nabla \cdot (\nabla f)$
2. $\nabla \times (\nabla f)$
3. $\nabla(\nabla \cdot g)$
4. $\nabla \cdot (\nabla \times g)$
5. $\nabla \times (\nabla \times g)$

Oppgave 6

La $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$. Finn $\nabla \cdot (\nabla f)$ og $\nabla \times (\nabla f)$.
Kommentar: Fikk spørsmål om denne oppgaven skal utføres kolonnevis eller radvis, der radvis er slik jeg gjorde det i forelesningen. Akkurat her kan ting defineres litt ulikt, men det kan hende kolonnevis hadde vært riktigere. Her en en link til dere som vil lese nærmere på det.